

## Teoria del consumatore

**Funzione di utilità:**  $U(x,y)$

**Vincolo di bilancio:**  $x \cdot P_x + y \cdot P_y = R$

1- Calcolare la curva di domanda dei beni x e y, dato il reddito R:

Analizzare la funzione di utilità:

**Beni perfetti sostituti:**  $U(x,y) = ax + by$  (oppure  $U(x,y) = ax^2 + by^2$ )

$$+ \text{ Calcolare } SMS_{yx} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}}$$

$$+ \text{ Calcolare } \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| = \left| \frac{\partial \frac{R - x \cdot P_x}{P_y}}{\partial x} \right| = \frac{P_x}{P_y}$$

$$+ \text{ Se } SMS_{yx} > \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow y = 0; \quad x = \frac{R}{P_x}$$

$$+ \text{ Se } SMS_{yx} < \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow x = 0; \quad y = \frac{R}{P_y}$$

**Altri casi:**

$$+ \text{ Calcolare il } SMS_{yx} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}}$$

$$+ \text{ Uguagliarlo a } \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| = \left| \frac{\partial \frac{R - x \cdot P_x}{P_y}}{\partial x} \right|$$

+ Mettere a sistema con il vincolo di bilancio

2- Calcolare la scelta ottima, dati i prezzi e il reddito R:

Analizzare la funzione di utilità:

**Beni perfetti complementi:**  $U(x,y) = \min \{ax, by\}$

+ Calcolare l'equazione di utilità:  $ax = by$

+ Mettere a sistema con il vincolo di bilancio

**Altri casi:**

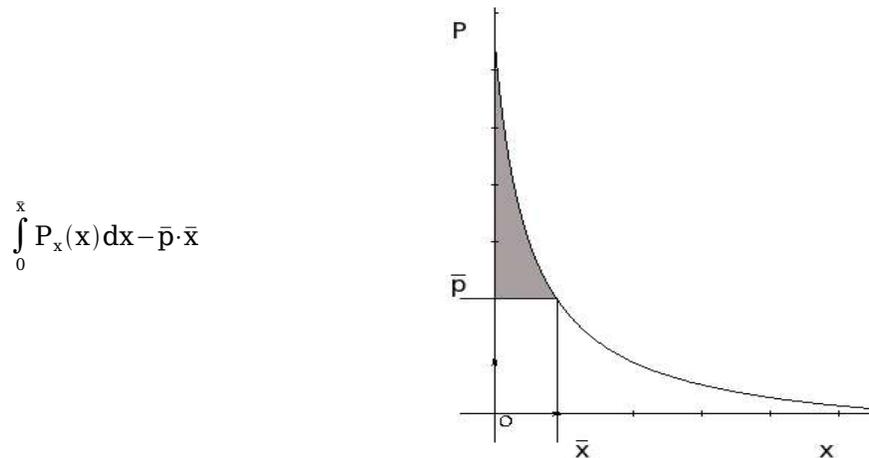
L'impostazione e' identica al ricavo delle curve di domanda, solo che i prezzi dei due beni sono dati

3- Calcolare l'equazione della curva di Engel, dati i prezzi:

L'impostazione e' identica al ricavo delle curve di domanda, solo che i prezzi dei due beni sono dati, quindi le curve varieranno in funzione del reddito

4- Calcolare il surplus del bene x

Data la curva di domanda del bene, un prezzo  $\bar{p}$  e relativa  $\bar{x}$ , il surplus e' l'area colorata in figura



$$\int_0^{\bar{x}} P_x(x) dx - \bar{p} \cdot \bar{x}$$

5- Calcolare la curva di domanda di un bene avente canone di abbonamento A

L'impostazione e' identica al ricavo delle curve di domanda, solo che

$$x = \begin{cases} f(P_x) & \text{se } A \leq S_c \\ 0 & \text{se } A > S_c \end{cases}$$

dove S rappresenta il surplus riferito alla curva di domanda del bene x

6- Calcolare la curva di domanda di un bene x in presenza di tasse:

**Tassazione sul reddito R:**

$$R' = R - T$$

Si imposta il problema come nelle strategie precedenti, solo che al posto di R si usa il nuovo reddito R'.

**Tassazione sul prezzo del bene x:**

$$P'_x = P_x + T$$

Si imposta il problema come nelle strategie precedenti, solo che si usa per il bene x il nuovo prezzo P'.

## Produzioni e costi

**Funzione di produzione:**  $q(x_1, x_2)$

**Vincolo di bilancio:**  $x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 = C$

1- Calcolare la scelta ottima per i fattori di produzione  $x_1, x_2$  dato il costo  $\bar{C}$  e i prezzi

Analizzare la funzione di produzione:

Funzione di **produzione lineare:**  $q = a \cdot x_1 + b \cdot x_2$

$$+ \text{ Calcolare } SMST_{21} = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{\frac{\partial q(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial q(x_1, x_2)}{\partial x_2}}$$

$$+ \text{ Calcolare } \left| \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \right| = \left| \frac{\partial \frac{\bar{C} - x_1 \cdot w_1}{w_2}}{\partial x_1} \right| = \frac{w_1}{w_2}$$

$$+ \text{ Se } SMST_{21} > \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow x_2 = 0 ; x_1 = \frac{\bar{C}}{w_1}$$

$$+ \text{ Se } SMST_{21} < \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = \frac{\bar{C}}{w_2}$$

**Altri casi:**

$$+ \text{ Calcolare } SMST_{21} = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{\frac{\partial q(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial q(x_1, x_2)}{\partial x_2}}$$

$$+ \text{ Uguagliarlo a } \left| \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \right| = \left| \frac{\partial \frac{\bar{C} - x_1 \cdot w_1}{w_2}}{\partial x_1} \right| = \frac{w_1}{w_2}$$

+ Mettere a sistema con il vincolo di bilancio

2- Calcolare il livello di output  $q$

Dopo aver trovato i fattori di produzione  $x_1, x_2$ , bisogna sostituirli nella funzione di produzione.

3- Calcolare la funzione di costo  $C(q) = w_1 \cdot x_1(q) + w_2 \cdot x_2(q)$  dati i costi dei fattori di produzione

Funzione di **produzione lineare**:  $q = a \cdot x_1 + b \cdot x_2$

$$+ \text{ Se } \frac{w_1}{w_2} > 1 \quad \Rightarrow \quad C(q) = w_2 \cdot x_2(q)$$

$$+ \text{ Se } \frac{w_1}{w_2} < 1 \quad \Rightarrow \quad C(q) = w_1 \cdot x_1(q)$$

$$+ \text{ Se } w_1 = w_2 \quad \Rightarrow \quad C(q) = w_1 \cdot x_1(q) + w_2 \cdot x_2(q) = W(x_1(q) + x_2(q)) = W \cdot q$$

**Altri casi:**

Dopo aver trovato i fattori di produzione in funzione di C, si sostituiscono nella funzione di produzione, e si esplicita rispetto a C.

4- Esprimere considerazioni sul Breve Periodo (BP) e Lungo Periodo (LP), dati i costi  $w_1, w_2$  e il livello di impiego costante (solo nel BP) di un fattore di produzione, ad esempio  $x_2$

**Formule principali:**

$$+ \text{ Costo Totale} \quad TC = x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2$$

$$+ \text{ Costo Medio} \quad AC = \frac{TC}{q}$$

$$+ \text{ Costo Marginale} \quad MC = \frac{\partial TC}{\partial q}$$

**Breve Periodo** (con un fattore costante):

+ Sostituire  $x_2$  nella funzione di produzione, e trovare  $x_1$  in funzione di q

$$+ \text{ Trovare il Costo Totale} \quad STC(q) = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2$$

$$+ \text{ Trovare il Costo Medio} \quad SAC = \frac{STC}{q}$$

$$+ \text{ Trovare il Costo Marginale} \quad SMC = \frac{\partial STC}{\partial q}$$

**Lungo Periodo:**

+ Trovare la funzione di costo  $C(q) = LTC$

$$+ \text{ Trovare il Costo Medio} \quad LAC = \frac{LTC}{q}$$

$$+ \text{ Trovare il Costo Marginale} \quad LMC = \frac{\partial LTC}{\partial q}$$

5- Dimostrare che l'impresa produce con rendimenti di scala costanti

Si deve dimostrare che  $q(\alpha x_1, \alpha x_2) = \alpha \cdot q(x_1, x_2)$

6- Calcolare la funzione di costo totale di un'impresa che produce in impianti con tecnologia di produzione distinta, date le funzioni di costo per i due impianti  $C_1(q_1), C_2(q_2)$

+ Calcolare i costi marginali per ogni impianto  $MC_i(q_i) = \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i}$

+ Uguagliare i costi marginali e trovare  $q_i = f(q_j)$

+ Sostituire nelle rispettive funzioni di costo

+ Calcolare la funzione di costo totale  $C(q_1, q_2) = C_1(q_1) + C_2(q_2)$

7- Determinare il prodotto ottimale  $q^*$  per una singola stazione, di un'impresa avente N impianti, data la funzione di costo  $C(q)$  (riferita ad una singola stazione)

+ Devo trovare  $q^*$  in funzione della produttività totale  $Q$  e del numero di impianti  $N$

+ Calcolare i costi marginali per ogni impianto  $MC_i(q_i) = \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i}$

+ Uguagliare i costi marginali e trovare  $q_i = f(q_j)$  per ogni impianto

+ Mettere a sistema con il vincolo di produzione totale  $q_1 + \dots + q_i = Q$

8- Determinare se per una data impresa, con un prodotto ottimale  $q^*$  e una data funzione di costo per impianto, convengano N oppure N+1 impianti.

+ Calcolare il costo di produzione totale per N imprese  $C_N = N \cdot C(q)$

+ Calcolare il costo di produzione totale per  $N=N+1$  imprese  $C_{N+1} = (N+1) \cdot C(q)$

+ Confrontare i due costi

## Concorrenza perfetta

**Funzione di produzione:**  $q(x_1, x_2)$

1- Calcolare nel BP la curva di offerta del bene prodotto  $q(p)$ , dato un fattore di produzione  $x_2$  costante

Ricordare che nel Breve Periodo (BP)  $TC = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 = CF + CV$

CF = costo fisso

CV = costo variabile

+ Trovare  $x_1$  in funzione di  $q$

+ Trovare TC in funzione di  $q$

+ Calcolare  $MC = \frac{\partial TC}{\partial q}$  ed uguagliarlo a  $p$

+ Calcolare il Costo Medio Variabile  $AVC = \frac{CV}{q}$

+ Mettere a sistema  $p = MC(q)$  con  $p \geq \min\{AVC(q)\}$

+ Per calcolare  $\min\{AVC(q)\}$  si uguagliano MC e AVC, e la  $q^*$  così trovata si sostituisce in AVC(q)

+ Esplicitare la curva di offerta rispetto  $q$

2- Calcolare nel LP la curva di offerta del bene prodotto  $q(p)$

+ Trovare, tramite le strategie precedenti, la funzione di costo TC(q)

+ Calcolare LMC

+ Calcolare AC

+ Mettere a sistema  $p = LMC(q)$  con  $p \geq \min\{AC(q)\}$

+ Per calcolare  $\min\{AC(q)\}$  si uguagliano MC e AC, e la  $q^*$  così trovata si sostituisce in AC(q)

3- Calcolare nel BP la curva di domanda del fattore di produzione variabile

Funzione di **produzione lineare:**  $ax + by$

+ Direttamente dalla funzione di produzione

**Altri casi:**

+ Calcolare  $p \cdot MP_i = w_i$

4- Trovare nel BP l'equilibrio tra domanda e offerta dati  $M$  consumatori, la funzione di produzione relativa ad una impresa, la curva di domanda individuale  $q(p)$ , i prezzi dei fattori di produzione, e (solo nel BP)  $N$  imprese e fattore di produzione  $x_1$  costante

+ Tramite le strategie precedenti, ricavare la curva di offerta  $q(p)$

+ Moltiplicarla per il numero  $N$  di imprese

+ Moltiplicare la curva di domanda individuale per il numero  $M$  di consumatori

+ Mettere a sistema curva di domanda e curva di offerta, ricavando  $q^*$  e  $p^*$

5- Trovare nel LP l'equilibrio tra domanda e offerta dati  $M$  consumatori, la funzione di produzione relativa ad una impresa, la curva di domanda individuale  $q(p)$ , i prezzi dei fattori di produzione.

+ Tramite le strategie precedenti, ricavare la curva di offerta  $q=f(p)$  con una limitazione inferiore  $p \geq p^*$

+ Sostituire  $p^*$  nella curva dell'offerta per trovare  $q^*$

+ Sostituire  $p^*$  nella curva di domanda  $Q = f(p)$  per trovare  $Q^*$

+ Il numero di imprese  $n^* = \frac{Q^*}{q^*}$

6- Trovare nel BP l'equilibrio tra domanda e offerta data  $C1$  funzione di costo di un gruppo di  $N$  imprese,  $C2$  funzione di costo di un gruppo di  $M$  imprese, curva di domanda  $Q(p)$

+ Trovare la curva di offerta del gruppo di  $N$  imprese e moltiplicarla per  $N$

+ Trovare la curva di offerta del gruppo di  $M$  imprese e moltiplicarla per  $M$

+ L'offerta dell'industria vale:

0 se  $p < p_i$

$S_i(p)$  se  $p_i \leq p < p_j$

$S_j(p)$  se  $p > p_j$

+ Calcolare  $p$  per i due casi non nulli uguagliando la curva di domanda con l'offerta dell'industria e verificare se il risultato rientra nelle limitazioni. Una sola equazione risulta ammissibile.

## Monopolio

**Funzione di costo:**  $TC(q)$

**Funzione di produzione:**  $q(p)$

1- Calcolare dati  $TC(q)$  e  $q(p)$  la scelta ottima del monopolista

+ Trovare il profitto  $\pi = p \cdot q - TC$

+ Derivare il profitto rispetto a  $q$  e porlo uguale a 0 / Derivare  $p \cdot q$  e  $TC$  e uguagliarli

+ Trovare  $q$  e  $p$  ottimi

2- Calcolare la perdita netta

+ Calcolare il surplus del monopolista

+ Trovare il beneficio del monopolista  $W_M = \pi_M + S_m$

+ Il surplus  $S$  si calcola per via grafica dalla curva di offerta con  $q$  e  $p$  ottimi

+ Calcolare  $q$  e  $p$  ottimi in concorrenza perfetta, tramite le strategie precedenti

+ Calcolare il surplus  $S$  per la concorrenza perfetta

+ Trovare il beneficio della concorrenza perfetta, ricordandosi che il profitto vale 0

+ Calcolare la perdita netta  $|W_M - W_C|$